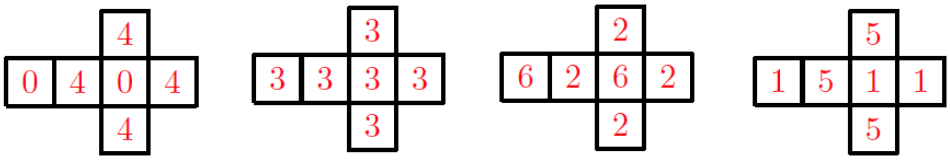
# Intransitive Würfel

Unten seht ihr die Würfelnetze von vier verschiedenen Würfeln A, B, C sowie D. Aber im Gegensatz zu einem üblichen Würfel, auf dem die Zahlen 1 bis 6 stehen, sind auf diesen die Augenzahlen anders. Diese Würfel werden *Efrons Würfel* genannt — benannt nach dem amerikanischen Statistiker Bradley Efron.




Würfel A Würfel B Würfel C Würfel D

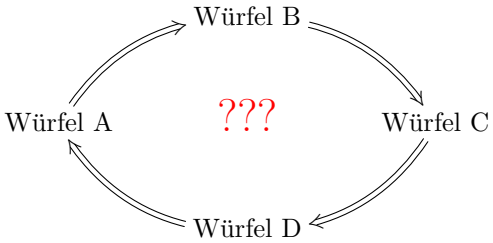
Auf den letzten beiden Seiten dieses Themenblatts sind diese vier Würfelnetze größer gedruckt. Schneidet sie bitte aus und klebt sie jeweils zusammen, so dass ihr mit ihnen spielen könnt. Wenn ihr sie würfelt, achtet bitte darauf dass sie sich in der Luft oft drehen, denn solche Papierwürfel rollen auf einem Tisch nicht gut.

**Aufgabe 1** (Würfelexperiment* (nur für die Klassen 7/8)). Sucht einen Spielpartner. Einer von euch nimmt Würfel A und der andere Würfel B. Würfelt 20 mal gegeneinander und notiert wie oft wer gewonnen hat (es gewinnt, wer die höhere Zahl gewürfelt hat).

Jetzt nimmt einer Würfel B und der andere nimmt Würfel C und wieder würfelt ihr 20 mal gegeneinander und notiert wie oft jeder gewonnen hat.

Macht das gleiche dann auch mit Würfel C gegen Würfel D, und dann mit Würfel D gegen Würfel A.

Nachdem ihr gespielt habt wie in der Aufgabe 1 beschrieben, sollte euch folgendes aufgefallen sein: mit Würfel A hat man öfter gegen Würfel B gewonnen, mit Würfel B öfter gegen Würfel C, mit Würfel C öfter gegen den Würfel D, und mit Würfel D öfter gegen Würfel A.




Auf den ersten Blick ist das vielleicht komisch. Aber man kann das mit dem Spiel *Schere–Stein–Papier* vergleichen: dort gewinnt auch Stein gegen Schere, Schere gegen Papier, und Papier gegen Stein.

Anton, Bruno, Christine und Dorothee wollen mit den Würfeln A, B, C und D gegeneinander spielen:

- Anton nimmt den Würfel A,
- Bruno den Würfel B,
- Christine den Würfel C, und
- Dorothee den Würfel D.

Es gewinnt, wer die höhere Zahl gewürfelt hat.

**Aufgabe 2** (Gewinnwahrscheinlichkeit gegen Bruno* (nur für die Klassen 7/8)). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Dorothee gegen Bruno gewinnt?

Und wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass Anton gegen Bruno gewinnt, bzw. dass Christine gegen Bruno gewinnt? Begründe alle deine Antworten!

Hinweis: zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten in den folgenden Aufgaben bietet es sich oft an mit Baumdiagrammen zu arbeiten.

**Aufgabe 3** (Anton, Christine und Dorothee gegeneinander*). Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass Christine gegen Dorothee gewinnt, dass Dorothee gegen Anton gewinnt, bzw. dass Anton gegen Christine gewinnt? Begründe deine Antworten!

**Aufgabe 4** (Durchschnittswürfe**). Berechne die durchschnittlichen Würfelergebnisse der Würfel A, B, C und D. Gib deinen Lösungsweg mit an!

**Aufgabe 5** (Max spielt mit***).

1. Max will jetzt auch mitspielen. Er tritt gegen Anton an, der weiterhin den Würfel A benutzt. Max aber nimmt sich zufällig (mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit) einen der Würfel B, C oder D.

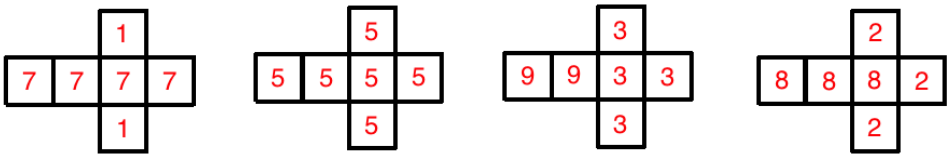
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Anton gegen Max gewinnt?

2. Jetzt will Christine auch gegen Max spielen. Christine nimmt ihren Würfel C, und Max nimmt jetzt zufällig einen der Würfel A, B oder D.

   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Christine gegen Max gewinnt?

Begründe deine Antworten!

Für die letzte Aufgabe betrachten wir noch die folgenden vier neuen Würfel:

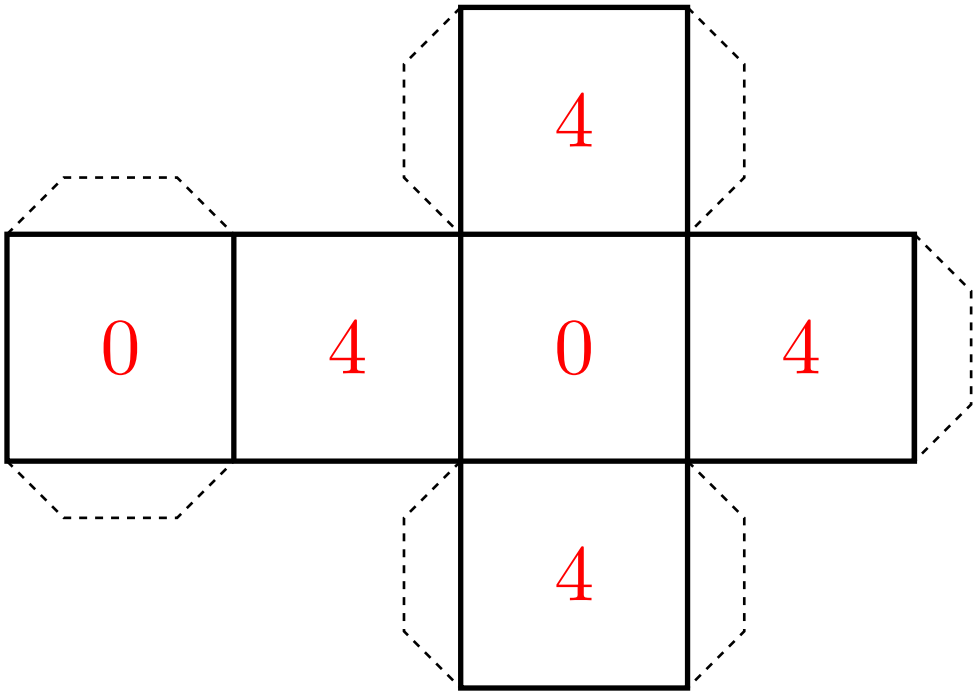


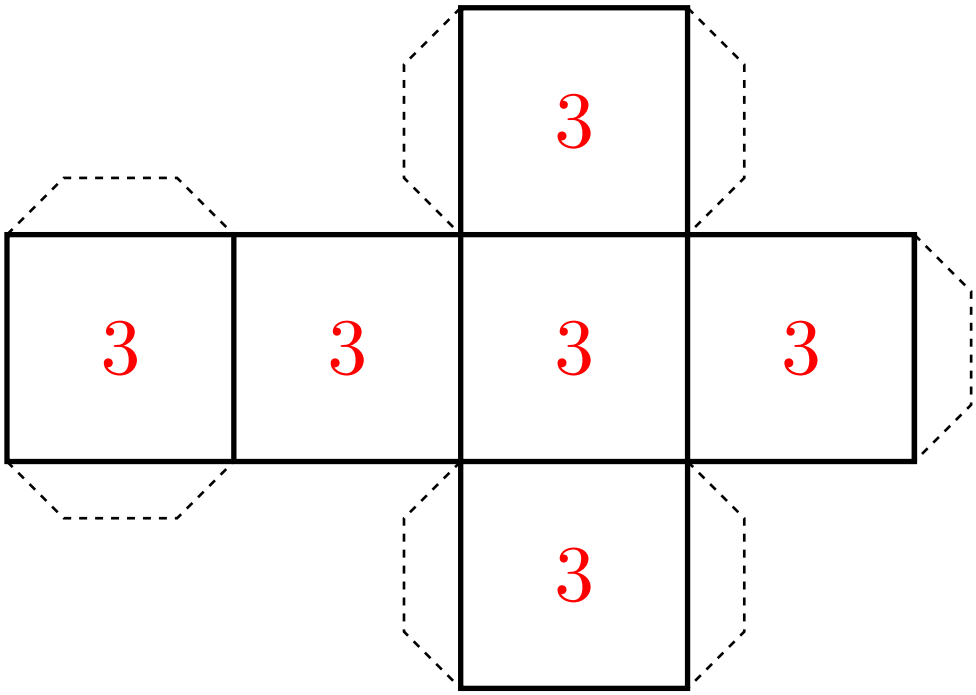

Würfel E Würfel F Würfel G Würfel H

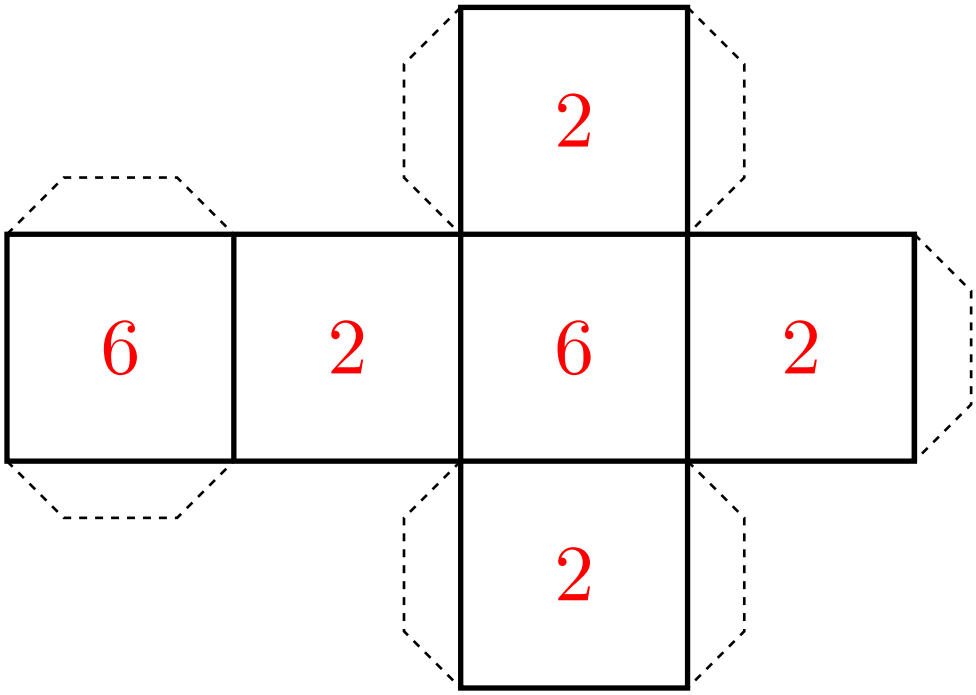
**Aufgabe 6** (Noch mehr Würfel**).

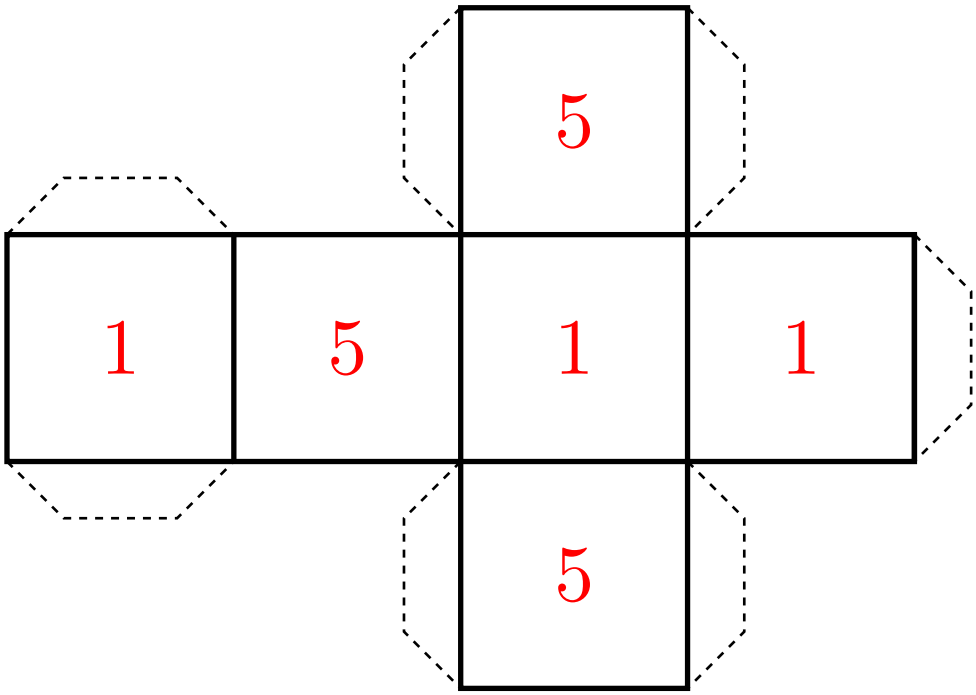
1. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeiten der neuen Würfel E, F, G und H jeweils gegeneinander.
2. Berechne die durchschnittlichen Würfelergebnisse der Würfel E, F, G und H.

Gib deinen Lösungsweg mit an! Was fällt dir auf, wenn du die Ergebnisse für die neuen Würfel mit denen für die alten Würfel vergleichst?


4
0
4
0
4
4


3
3
3
3
3
3


2
6
2
6
2
2


5
1
5
1
1
5